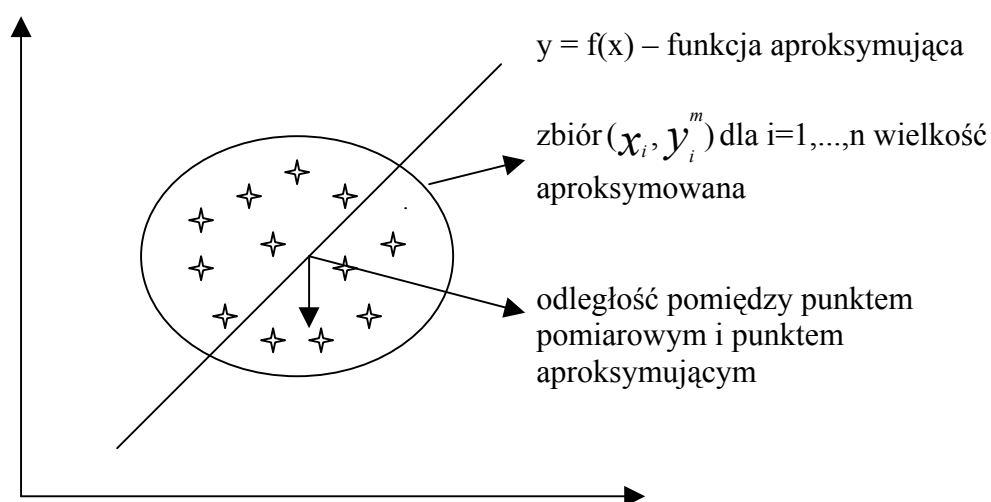


Aproksymacją nazywamy dział metod numerycznych służących do przybliżenia wielkości dokładnej, inną wielkością, która poprawnie opisuje wielkość aproksymowaną.

Najczęściej wielkością aproksymowaną jest zbiór punktów opisujących zależność funkcyjną, które zostały uzyskane z pomiarów pewnej wielkości fizycznej np. $I(V)$. W wyniku aproksymacji zostaje uzyskana prosta zależność analityczna.

Aproksymacja jest również narzędziem statystycznym służącym do wykluczania wyników pomiarów obarczonych dużym błędem lub wykluczania funkcji danej wielkości wokół wartości średniej. Przykładem zastosowania aproksymacji do wykluczania fluktuacji jest opis za pomocą prostej zależności analitycznej zbioru punktów opisujących notowania walorów na giełdzie papierów wartościowych.



Rys. 1 Wykres przedstawiający aproksymację zbioru punktów (x, y) dla $i=1, \dots, n$ funkcja $y = f(x)$

Istotnym zagadnieniem jest dobór **prostej relacji analitycznej** służącej do aproksymacji, która jednocześnie **dobrze opisuje punkty**. Funkcje służące do aproksymacji powinny być dobierane z grona prostych funkcji elementarnych lub ich kombinacji. W zależności od zastosowanej funkcji aproksymującej mówi się o *aproksymacji liniowej*, *kwadratowej* lub na przykład *wykładniczej*. Kwestia doboru funkcji aproksymującej powinna być oparta o analizę rozkładu aproksymowanych punktów.

W drugim etapie należy zidentyfikować wartości współczynników występujących w aproksymowanej funkcji, tak aby zminimalizować odległości pomiędzy punktami pomiarowymi i punktami, które je aproksymują. Identyfikacja wartości współczynników następuje poprzez minimalizację funkcjonatu błędu, określanego jako odległości pomiędzy wartościami funkcji aproksymującej $y_i^c = f(x_i)$, a wartościami zmierzonymi y_i^m dla $i=1, \dots, n$ gdzie n oznacza liczby pomiarów.

$$S = \sum_{i=1}^n [y_i^c - y_i^m]^2 \quad (1)$$

Przykład. Aproksymacja zbioru punktów pomiarowych (x_i, y_i) przy pomocy wielomianu drugiego stopnia.

Funkcja aproksymująca :

$$w_2(x) = a_2 x^2 + a_1 x^1 + a_0 \quad (2)$$

Należy zidentyfikować wartości współczynników a_0, a_1, a_2 . W tym celu należy zminimalizować funkcionat błędu otrzymany poprzez podstawienie wielomianu (2) do równania (1) za y_i^c .

$$S = \sum_{i=1}^n (a_2 x_i^2 + a_1 x_i^1 + a_0 - y_i^m)^2 \quad (3)$$

Funkcjonat może być traktowany jako funkcja trzech zmiennych $S(a_0, a_1, a_2)$. Warunkiem koniecznym i wystarczającym, aby funkcja osiągnęła minimum jest wyznaczenie miejsca zerowego pochodnych cząstkowych funkcionatu względem współczynników a_0, a_1, a_2 .

$$\frac{\partial S}{\partial a_0} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial a_1} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial a_2} = 0 \quad (4)$$

gdzie :

$$\frac{\partial S}{\partial a_0} = \sum_{i=1}^n 2 x_i (a_2 x_i^2 + a_1 x_i + a_0 - y_i) = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial a_1} = \sum_{i=1}^n 2 x_i (a_2 x_i^2 + a_1 x_i + a_0 - y_i) = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial S}{\partial a_2} = \sum_{i=1}^n 2 x_i (a_2 x_i^2 + a_1 x_i + a_0 - y_i) = 0$$

Problem wyznaczania wartości współczynników równania aproksymującego sprowadza się do rozwiązywania układu równań (5), które można zapisać w postaci macierzowej.

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n 1 & \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n x_i^2 \\ \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i^3 \\ \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i^3 & \sum_{i=1}^n x_i^4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum_{i=1}^n y_i \\ \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i \end{Bmatrix} \quad (6)$$